

# Magnitudes

Michael Fellhauer

**Paralaje:** Hasta ahora no sabemos las distancias hacia las estrellas. Hay un metodo de medir distancias hacia estrellas cercanas. Medimos el angulo  $2p$  entre su posicion en enero y su posicion en julio y sabemos la distancia entre la Tierra y el Sol (1 AU, unidad astronomica). De la trigonometria sabemos que

$$\sin p = \frac{1 \text{ AU}}{d}$$

con  $d$  la distancia hacia la estrella. Sabemos tambien que estos angulos son muy pequenos y podemos decir que  $\sin p \approx p$ .

$$d = \frac{1 \text{ AU}}{p}$$

Medimos los angulos en segundos de arco (“ o arcsec). Entonces la distancia hacia una estrella que tiene exactamente una paralaje de 1 arcsec esta 206265 AU.

$$d = \frac{206265 \text{ AU}}{p ["]}$$

Ahora definimos una nueva unidad de distancia que se llama **parsec** que tiene exactamente 206265 AU (= 3.26 años luz). Nuestra equacion de paralaje ahora esta muy simple:

$$d [pc] = \frac{1}{p ["]}. \quad (1)$$

**Luminosidad:** La Luminosidad  $L$  esta toda la radiacion electromagnetica (energia) que una estrella emite:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (2)$$

$R$  es el radio de la estrella, entonces  $4\pi R^2$  es la superficie de la estrella total,  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$  es la constante de Stefan-Boltzmann y  $\sigma T_{\text{eff}}^4$  es la emision de un punto de la estrella. Entonces la emision de un punto multiplicado por la superficie esta la luminosidad total.

Para nuestro Sol:

$$L_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\text{eff},\odot}^4 \quad (3)$$

con  $R_{\odot} = 6.955 \cdot 10^8$  m, y  $T_{\text{eff},\odot} = 5778$  K.  $L_{\odot} = 3.846 \cdot 10^{26}$  W.

Entonces:

$$\begin{aligned} \frac{L_*}{L_{\odot}} &= \frac{4\pi R_*^2 \sigma T_{\text{eff},*}^4}{4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\text{eff},\odot}^4} \\ L_* [L_{\odot}] &= \left( \frac{R_*}{R_{\odot}} \right)^2 \left( \frac{T_{\text{eff},*}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^4 \end{aligned} \quad (4)$$

**Flujo:** El flujo  $F$  es la energía radiativa de una estrella que llega a nosotros. También se llama **brillo aparente**.

$$F(d) = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (5)$$

$d$  es la distancia entre la estrella y nosotros.

**Escala de Magnitudines:** En astronomía utilizamos la escala de magnitudines para medir el brillo aparente de una estrella. La escala viene de Hiparco que dicho que hay estrellas de la primera magnitud  $m = 1$  hasta la sexta magnitud  $m = 6$ . Entonces una estrella más brillante tiene un número en esta escala más pequeño y una estrella más débil tiene un número más alto (**Ojo: la escala está al revés!!!**). También, hoy en día sabemos que nuestros ojos ven luz en una escala **logarítmica**. Por eso Pogson en 1856 definió:

$$\begin{aligned} \frac{F_1}{F_6} &= 100 \\ \frac{F_1}{F_2} &= 2.512 \end{aligned} \quad (6)$$

**Magnitud Aparente  $m$ :** Definición de magnitud aparente:

$$m_X = C_X - 2.5 \log_{10}(F_X) \quad (7)$$

$C_X$  es una constante,  $F_X$  es el flujo de la estrella.

$$\begin{aligned} m_6 - m_1 &= 5 = C_X - 2.5 \log_{10}(F_6) - C_X + 2.5 \log_{10}(F_1) \\ &= 2.5 \cdot (\log_{10}(F_6) - \log_{10}(F_1)) \\ &= 2.5 \cdot \log_{10} \left( \frac{F_1}{F_6} \right) \\ &= 2.5 \cdot \log_{10}(100) = 5 \text{ q.e.d.} \end{aligned}$$

Tenemos:

$$m_A - m_B = -2.5 \cdot \log_{10} \left( \frac{F_A}{F_B} \right). \quad (8)$$

Pensamos en dos estrellas del mismo tipo  $L_A = L_B$ :

$$\begin{aligned} m_A - m_B &= -2.5 \cdot \log_{10} \left( \frac{\frac{L_A}{4\pi d_A^2}}{\frac{L_B}{4\pi d_B^2}} \right) \\ &= -2.5 \cdot \log_{10} \left( \frac{d_B^2}{d_A^2} \right) \\ &= -5 \cdot \log_{10} \left( \frac{d_B}{d_A} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Entonces la diferencia de sus magnitudes aparentes solo depende en las distancias diferentes.

Pensamos en dos estrellas en la misma distancia  $d_A = d_B$ :

$$\begin{aligned} m_A - m_B &= -2.5 \cdot \log_{10} \left( \frac{\frac{L_A}{4\pi d_A^2}}{\frac{L_B}{4\pi d_B^2}} \right) \\ &= -2.5 \cdot \log_{10} \left( \frac{L_A}{L_B} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Entonces la diferencia de sus magnitudes aparentes solo depende de la luminosidad diferente.

**Punto de Referencia:** Ahora necesitamos un punto de referencia. Utilizamos la estrella Vega que tiene el tipo espectral A0V. La Vega esta en una distancia de  $d = 7.68$  pc y tiene una luminosidad de  $L = 37L_{\odot} = 1.423 \cdot 10^{28}$  W. Para la Vega tenemos:

$$\begin{aligned} m_V &= 0.0 \quad (0.03) \\ U - B &= 0.0 \\ B - V &= 0.0 \end{aligned} \quad (11)$$

Ahora podemos determinar la constante  $C_V$ :

$$\begin{aligned} m_V &= 0.0 = C_V - 2.5 \cdot \log_{10} \left( \frac{1.423 \cdot 10^{28}}{4\pi 7.68^2 3.086^2 10^{32}} \right) \\ &= C_V - 2.5 \cdot \log_{10}(2.016 \cdot 10^{-8}) \\ 0.0 &= C_V + 19.24 \\ C_V &= -19.24. \end{aligned}$$

**Magnitud absoluta  $M$ :** Todavía necesitamos una magnitud para la luminosidad real de una estrella. Por eso definamos la Magnitud absoluta  $M$  de una estrella como: la magnitud aparente que esta estrella tiene en una distancia fija de  $d = 10$  pc.

**Modulo de distancia  $\mu = m - M$ :**

$$\begin{aligned} m - M &= -5 \log_{10} \left( \frac{10 \text{ pc}}{d} \right) \\ &= -5(\log_{10}(10) - \log_{10}(d)) \\ m - M &= -5 + 5 \log_{10}(d) \end{aligned} \quad (12)$$

Vemos que la diferencia entre la magnitud aparente y la magnitud absoluta de una estrella solo esta una funcion de la distancia hacia la estrella. Por eso esta diferencia se llama modulo de distancia. Eso significa, si sabemos la magnitud absoluta y podemos medir la magnitud aparente conocemos la distancia de un objeto.

$$M = m + 5 - 5 \log_{10}(d) \quad (13)$$

$$d = 10^{0.2(m-M+5)} \quad (14)$$

$$M = m + 5 + 5 \log_{10}(p) \quad (15)$$

en la ultima ecuacion utilizamos que  $d = 1/p$ .

Ejemplos: Vega tiene una magnitud aparente de  $m_V = 0.03$  mag y una paralaje de  $p = 0.129$  arcsec (segundos de arco), entonces tiene una magnitud absoluta de  $M_V = 0.58$  mag. El Sol tiene una magnitud aparente de  $m_V = -26.74$  mag y una paralaje enorme de  $p = 206264.806248$  arcsec. La magnitud absoluta del Sol esta  $M_{V,\odot} = +4.83$  mag. Eso dos ejemplos son diferente proque ambas estrellas estan mas cerca a nosotros como 10 pc. Normalmente la magnitud aparente de una estrella es mas larga como su magnitud absoluta (eso significa que el flujo aparente esta menor como su flujo absoluta porque la mayoria de las estrellas tienen distancias mas largas como 10 pc.

Con eso ahora podemos calcular todas las magnitudes absolutas, si sabemos la luminosidad de una estrella:

$$\begin{aligned} M_{V,*} - M_{V,\odot} &= -2.5 \log_{10} \left( \frac{L_*}{L_\odot} \right) \\ M_{V,*} &= 4.83 - 2.5 \log_{10}(L_*[L_\odot]). \end{aligned} \quad (16)$$

**Color de una estrella:** En astronomia utilizamos filtros para medir la luz de una estrella en solo un rango pequenio del espectro electromagnetico. El sistema mas conocido es el sistema de Johnson o el sistema UBV. U es un filtro en el Ultravioleta con la transmision maxima a  $\lambda = 364$  nm, B es un filtro en el rango azul (**B**lue) con el maximo a  $\lambda = 442$  nm y V es un filtro en el rango de luz **V**isual (que podemos ver) con  $\lambda = 540$  nm. Llamamos las magnitudes aparentes de una estrella en estos filtros tambien como  $m_U = U$ ,  $m_B = B$  y  $m_V = V$ .

Una estrella emite luz con intensidades diferentes en diferentes longitudes de onda  $\lambda$  debido a su temperatura como un **cuerpo negro**. Una estrella caliente tiene su maxima en el rango ultravioleta y entonces el flujo  $F_B$  en el filtro B que recibimos es mas alto como el flujo en el filtro V  $F_V$ . Por eso su magnitud aparente en el filtro azul  $m_B = B$  es menor que la magnitud aparente en el filtro visual  $m_V = V$ . Con una estrella fria que tiene su maxima intensidad en el rojo todo esto es al revez.

Estrella caliente:

$$F_B > F_V \Rightarrow m_B < m_V \Rightarrow B - V < 0.0$$

Estrella fria:

$$F_B < F_V \Rightarrow m_B > m_V \Rightarrow B - V > 0.0$$

Llamamos  $U - B$  y  $B - V$  colores de una estrella. Por definicion Vega que es una estrella del tipo A0V tiene  $U - B = 0$  y  $B - V = 0$ . El color de una estrella esta una medida de su temperatura!

Hoy en dia hay mas filtros en el sistema Johnson hacia el rojo y el infrarojo. Y el sistema de Johnson no esta el unico sistema de colores.

Sabemos que podemos clasificar una estrella si sabemos su luminosidad y su temperatura. La magnitud absoluta esta una medida de la luminosidad y el color es una medida de su temperatura. Y el modulo de distancia esta una medida de la distancia hacia la estrella.

**Diagrama Hertzsprung-Russel:** Si ponemos los datos de estrellas en un diagrama con su temperatura en la eje  $x$  y su luminosidad en la eje  $y$  llamamos esta diagrama diagrama Hertzsprung-Russel. Por la majoria los teóricos utilizan esto. Tambien podemos utilizar su color en la eje  $x$  y su magnitud absoluta como eje  $y$ . Esta diagrama se llama **diagrama Color-Magnitud** y nos da la misma informacion. Los observadores por la majoria utilizan esta manera de clasificar las estrellas.

**Secuencia Principal:** En esto diagrama mas que 90 por ciento de las estrellas forman una secuencia desde estrella muy calientes y tambien muy brillantes hacia estrellas muy frias y con brillo debil. Llamamos esta secuencia de las estrellas la secuencia principal.

**Clase Espectral:** Dividimos la secuencia en diferentes rangos y digamos que cada rango esta una clase espectral. Los clases espectrales vienen de las estrellas muy brillantes y calientes (O) hacia las muy frias y debiles (M). Los clases son: O, B, A, F, G, K, M (*“Oh be a fine girl kiss me.”*). Dentro de una clase espectral subdividimos con numeros 0 a 9. Y porque hay estrellas mas arriba en el diagrama (fuera de la secuencia principal) que son estrellas gigantes. Por eso utilizamos numeros romanos de I a V para clasificar. Recuerden que una estrella que tiene la misma temperatura (eje  $x$ ) pero tiene mas luminosidad (eje  $y$ ) tiene que haber una superficie mas grande – por eso las estrellas mas arriba de la secuencia

principal tienen que ser gigantes. Tenemos I - supergigantes, II - gigantes brillantes, III - gigantes, IV - sub-gigantes, V - estrellas de la secuencia principal (enanas).

Por ejemplo Vega tiene la clasificación A0V y nuestro Sol tiene G2V.

**Masa** de una estrella: Podemos medir las masas de las estrellas con **estrellas binarias**. Eso son dos estrellas que orbitan entre sí. Si podemos determinar su semi-eje mayor y su periodo, podemos obtener con la tercera ley de Kepler las masas de ambas estrellas.

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)} \quad (17)$$

$P$  periodo de la órbita,  $a$  semi-eje mayor de la órbita,  $m$  masa de la estrella.

**Relación Masa-Luminosidad:** Con muchas estrellas binarias medidas sabemos hoy que hay una relación entre la clase espectral en la secuencia principal y la masa de las estrellas. Esta relación solo existe dentro de la secuencia principal y no con los gigantes! La relación se llama relación masa-luminosidad y tiene la forma:

$$L \propto m^{3.5}. \quad (18)$$

Entonces estrellas más masivas son mucho más brillantes. La explicación está en que más masa significa más gravitación y entonces necesitamos más tasa de fusión que genera más presión hacia afuera para obtener el equilibrio gravitatorio de la estrella.

Entonces las estrellas tienen combustible (hidrógeno en el núcleo) que está  $\propto m$ , pero utilizan su combustible como  $\propto m^{3.5}$ . Por eso las estrellas más masivas y brillantes tienen la vida más corta como estrellas frías y débiles que están viviendo más largo. El tiempo en la secuencia principal está

$$\tau = \frac{10^{10} \text{ yr}}{m^{2.5}} \quad (19)$$

con  $\tau$  el tiempo en la secuencia principal. Estrellas de tipo O viven solo algunos millones de años, nuestro Sol más o menos  $10^{10}$  años y una estrella de tipo M muchas veces la edad del universo. Cada enana de tipo M que se haya creado todavía está en la secuencia principal.

**Cefeidas** son estrellas que tienen una variación de su brillo siguiendo un patrón regular. Este patrón depende solo de la luminosidad de una Cefeida. Existe una **relación periodo-luminosidad**:

$$M_V = -2.78 \log_{10}(P) - 1.35 \quad (20)$$

$P$  está el periodo de la variación de la luminosidad en días.

Esto significa que si podemos medir el periodo de la variación de luminosidad sabemos inmediatamente la magnitud absoluta de esta cefeida. También podemos medir su magnitud aparente y entonces sabemos la distancia. Y Cefeidas son estrellas muy brillantes entonces ellos nos ayudan de medir distancias largas (por ejemplo hacia las nubes Magallanes).