

Tarea 2 – Astronomía Teórica 2022-2

- 1) (4P) Por el potencial de una galaxia esferica existe una descripcion que se llama 'isochrone potential'.

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{b + \sqrt{b^2 + r^2}}.$$

Mostrar que el momento angular L_c para una orbita circular en el 'isochrone potential' es

$$L_c = \sqrt{GMb} \left(x^{-1/2} - x^{1/2} \right) \quad \text{con} \quad x \equiv -\frac{2Eb}{GM}$$

- 2) (6P) Podemos calcular la energía potencial total Ω_{tot} de un sistema como

$$\Omega_{tot} = 2\pi \int_0^{\infty} \rho(r) \Phi(r) r^2 dr.$$

El potencial de una esfera de Hernquist esta dado por

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{r+a}$$

Mostra que la energia potencial total de una esfera de Hernquist es $\Omega_{tot} = -\frac{GM^2}{6a}$.

Ayuda:

$$\int_u^v \frac{x}{(ax+b)^n} dx = \left[\frac{1}{a^2} \left(\frac{-1}{(n-2)(ax+b)^{n-2}} + \frac{b}{(n-1)(ax+b)^{n-1}} \right) \right]_u^v$$

- 3) (4P) Tenemos la ecuación de Boltzmann:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial v_i} = 0$$

¿Como podemos llegar de esta ecuación a las ecuaciones de Jeans:

$$v \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial t} + v \bar{v}_i \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} = -v \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} (v \sigma_{ij}^2) ?$$

¿Qué ecuación obtenemos si asumimos que $d/dt=0$, es decir, estado estacionario, simetría esférica, sin rotación y una dispersión de velocidad isotrópica?

- 4) (4P) Una deidad desagradable detiene el movimiento de la Tierra alrededor del Sol. ¿Qué pasa con la Luna? Mostra que la Tierra cae al Sol después de $1/(4\sqrt{2})$ años.
- 5) (2P) ¿Cuál es la diferencia entre el teorema de Jeans y las ecuaciones de Jeans?